**Trabajo Practico N◦ 2**

**Definiciones Recursivas**

**Ejercicio 1.** Considere las siguientes definiciones recursivas. Escriba los primeros cinco valores en la secuencia producidos por la aplicación de la definición correspondiente.

1. S (1) = 10

S (n) = S (n − 1) + 10 para n ≥ 2

S (2) = S (2 - 1) + 10 = S (1) + 10 = 10 + 10 = 20

S (3) = S (3 - 1) + 10 = S (2) + 10 = 20 + 10 = 30

S (4) = S (4 - 1) + 10 = S (3) + 10 = 30 + 10 = 40

S (5) = S (5 - 1) + 10 = S (4) + 10 = 40 + 10 = 50

1. P (1) = 1

P(n) = n2 P (n − 1) + (n − 1) para n ≥ 2

P (2) = 4 P (1) + 1 = 4(1) + 1 = 5

P (3) = 9 P (2) + 2 = 45 + 2 = 47

P (4) = 16 (47) + 3 = 752

P (5) = 25 (752) + 4 = 18804

1. M (1) = 2

M (2) = 2

M (n) = 2 M (n − 1) + M (n − 2) para n > 2

M (3) = 2 M (3 − 1) + M (3 − 2) = 2 M (2) + M (1) = 2(2) + 2 = 6

M (4) = 2 M (3) + M (2) = 2 (6) + 2 = 14

M (5) = 2 M (4) + M3 = 2(14) + 6 = 34

1. T (1) = 1

T (2) = 2

T (3) = 3

T(n) = T (n − 1) + 2T (n − 2) + 3T (n − 3) para n > 3

T (4) = T (4 − 1) + 2T (4 − 2) + 3T (4 − 3) = T (3) + 2 T (2) + 3 T (1) = 3 + 2(2) + 3(1) = 10

T (5) = T (5 − 1) + 2T (5 − 2) + 3T (5 − 3) = T (4) + 2T (3) + 3T (2) = 10 + 2(3) + 3(2) = 22

**Ejercicio 2**: Considere las siguientes definiciones recursivas de conjuntos. Escriba diez elementos que pertenezcan a cada conjunto y que sean generados por al menos una aplicación del caso recursivo o inductivo (esto es, no pueden ser elementos que sean generados solamente con la aplicación de la parte base de la definición).

(a) aa, bb y cc pertenecen al conjunto S. Si E ∈ S entonces EE y a(E)c son elementos de S. ¿aa(aabb)cc ∈ S?

Caso base: aa, bb y cc pertenecen al conjunto S

Paso recursivo: Si E ∈ S entonces EE y a(E)c son elementos de S

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Conjunto S | E | EE | a(E)c |
| aa, bb, cc | aa | aaaa | a(aa)c |
| aa, bb, cc  aa, aaaa, a(aa)c | aaaa | aaaaaaaa | a(aaaa)c |

(b) a, . . ., z son elementos de T. Si E, F ∈ T, entonces (E → F) y (¬E) son elementos de T.

Caso base: a, . . ., z son elementos de T.

Paso recursivo: Si E, F ∈ T, entonces (E → F) y (¬E) son elementos de T.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Conjunto T | E | F | T | (E → F) | (¬E) |
| a, . . ., z | e | f | t | (e → f) | (¬e) |
| a, . . ., z  e, f, t, (e → f), (¬e) | (¬e) | b | c | ((¬e) → f) | (¬¬e) |
| a, . . ., z  e, f, t, (e → f), (¬e)  (¬e), b, c, ((¬e) → f) | (¬¬e) | f | t | ((¬¬e) → f) | ¬¬¬e |
| a, . . ., z  e, f, t, (e → f), (¬e)  (¬e), b, c, ((¬e) → f)  (¬¬e), f, t, ((¬¬e) → f), ¬¬¬e |  |  |  |  |  |

(c) El conjunto vacío es un elemento de V, esto es {} ∈ V. Si E ∈ V, entonces {E} pertenece a V.

Caso base: El conjunto vacío es un elemento de V, esto es {} ∈ V

Paso recursivo: Si E ∈ V, entonces {E} pertenece a V

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Conjunto V | E | V | {E} |
| {} | {} | {} | {{}} |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

(d) Dar la definición recursiva de conjuntos de todos los números naturales impares. Ejemplos de elementos que pertenecen al conjunto son: 1, 3, 5, 7, 9, 11 … 23 ... 225...

F (1) = 1

F (n) = F (n - 1) + 2 para n >= 2

F (2) = F (1) + 2 = 3

F (3) = F (2) + 2 = 5

F (4) = F (3) + 2 = 7

**Ejercicio 3:** Dé la definición recursiva para el conjunto de fórmulas bien formadas de la aritmética de enteros. Considere las siguientes operaciones aritméticas: +, −, ∗, div.

**caso base:** Z está incluido A (el conjunto de enteros)

**paso inductivo:** si S, M pertenecen a A entonces S+M, S-M, S\*M, S/M, -(S), (S) pertenecen a A

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Conjunto A | S | M | S+M | S-M | S/M | -(S) | (S) |
| Z(enteros) | 1 | 2 | 1+2 | 1-2 | 1/2 | -(1) | (1) |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Ejercicio 4:** Dé la definición recursiva para el conjunto de todas las cadenas de paréntesis que estén bien balanceadas.

**Caso Base:** () ∈ A

**Paso inductivo:** Si E, F ∈ A entonces EF, (E) ∈ A

A= {(), (()), ((())), () (), ((())) (()), (()) (()), ….   ()(((((((())))))))

**Ejercicio 5:** Dé la definición recursiva que permita derivar la siguiente secuencia: 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8 . . ..

F(1) = 2

F(n) = 2 / 2n-1 para n>= 2

**Ejercicio 6:** Dé la definición recursiva del conjunto I que contiene todas las cadenas de longitud impar sobre el conjunto S = {a}. La cadena nula NO pertenece a I. Algunas cadenas que pertenecen a I son a, aaa, aaaaa, aaaaaaa, ...

**Caso base**: a pertenece a S

**Paso inductivo:** aaa, aaaaa, aaaaaaa, …

**Ejercicio 7:** Dé la definición recursiva del conjunto T que contiene todas las cadenas de aes de longitud múltiplo de 3. La cadena nula NO pertenece a T. Algunas cadenas que pertenecen a T son aaa, aaaaaa, aaaaaaaaa,...

Caso base: aaa

Paso inductivo: si E pertenece a T entonces aaaE pertenece a T

**Ejercicio 8:** Dé la definición recursiva de la suma de dos números enteros no negativos n y m. Utilice la función sucesora de un número.

F(1) = 1

F(n) = F(n-1) + 1 para n>=2

F(2) = F(1) + 1 = 2

F(3) = F(2) + 1 = 3

….